ON THE CALCULATION OF GAS DISTRIBUTION FUNCTION BY UTILIZING TIME DEPENDENT TEMPERATURE

PERHITUNGAN FUNGSI DISTRIBUSI GAS DENGAN MEMANFAATKAN WAKTU BERGANTUNG SUHU

Gunawan Nugroho
Jurusan Teknik Fisika Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya
Jl. Arif Rahman Hakim (60111), Surabaya, Indonesia
Email : nugrohoits@yahoo.com

ABSTRACT

The method for determining gas distribution function is reconstructed. In this study, the Boltzmann equation is bypassed by converse method. The temperature change is specified first in order to determine the distribution function. The argument of this method is explained both by analytically solving Bolztmann equation and pure probabilistic consideration in statistical thermodynamics. Boltzmann equation is solved by modeling collision terms with several assumptions and It is found that the results are similar. On the other hand, probabilistic method gives no rigorous physical understanding so it offer several justifications about the resulting distribution function. The calculation shows that the distribution function is totally Maxwellian in all cases. The temperature dependency only affects the peak value and the shape curve. It is found that more slender curve is resulted in higher temperature and quick sampling data is required to probe the rapidly change temperature processes.

Key words *: Boltzmann equation, modeling collision, probabilistic method, the distribution function*

PENDAHULUAN

Teori kinetik merupakan sebuah cabang dari fisika statisistik yang berhadapan dengan dinamika proses nonequilibrium dan relaksasi pada termodinamika equilibrium [Succi, 2001]. Salah satu yang mendasari yaitu persamaan transport Boltzmann yang melingkupi daerah aplikasi yang cukup luas. Selain itu, persamaan Boltzmann dengan jelas menjadi prinsip utama dari dinamika fluida dan kinetika kimia,yang dari persamaan tersebut maka persamaan Navier-Stokes dan Arrhenius dapat diturunkan [Nugroho dan Karim, 2006]. Untuk aliran gas dalam reaksi penjernihan, persamaan Boltzmann linear dapat diselesaikan dengan menggunakan Knudsen number [Gobbert dan Cale, 2006]. Dinyatakan bahwa kecepatan bergantung pada nilai-nilai yang dapat diakses secara langsung untuk menganalisa kinetika dasar yang disebabkan variabel makroskopik. Formulasi umum ruang-waktu linier secara khusus mengambil jarak ke seberang elemen ruang-waktu sebagai representasi nya disebut juga disipasi [Pain dkk, 2006]. Secara numerik, metode Petro galerkin digunakan untuk mengoptimalkan akurasi dengan cara meminimalisir osilasi dalam perhitungan transient. Dengan demikian, metode energi digunakan untuk menyusun solusi klasik secara menyeluruh mendekati Maxwellian dalam kotak periode dengan sudut cutoff yang kecil [Hongjun, 2006]. Sebuah kisi-kisi model Boltzmann juga memainkan peranan penting dalam menyelesaikan fenomena kontinyu karena metode tersebut dapat secara mudah diimplementasikan [Zheng dkk, 2006]. Kita tidak perlu menyelesaikan persamaan Poisson dan tidak membutuhkan penanganan canggih untuk menurunkan persamaan tersebut. Metode tersebut diverifikasi dengan menggunakan metode lain yang khusus membahas aplikasi pertumbuhan gelembung di bawah buoyancy dan gelombang kapiler. Untuk skala aliran mikro dengan kecepatan rendah, Sebuah metode komputasional menggunakan model persamaan kinetik Boltzmann dikembangkan [Morinishi, 2006]. Secara umum, hasil dari persamaan Navier-Stokes dengan kondisi batas yang bergeser sesuai dengan model persamaan kinetik Boltzmann jika Knudsen number kurang dari 0.1. Hal tersebut diduga bahwa metode gabungan kinetik-kontinyu akan menjadi sebuah alat untuk menganalisa aliran dari molekul bebas menuju aliran kontinyu. Dengan cara yang sama, didemonstrasikan gelombang berjalan dan sebuah aplikasi dari metode kinetik untuk pembatas sederhana seeperti pembatas Minmod dapat menyediakan pembatas yang lebih baik dalam beberapa kasus [Banda, 2006]. Sangat sulit melakukan penurunan pada persamaan Boltzmann. Oleh karena itu, biasanya dilakukan pemodelan dengan memberikan beberapa asumsi dengan berbagai pertimbangan. Fokus pada Direct Numerical Simulations (DNS) dan Large Eddy Simulations (LES) dari aliran turbulent longitudinal dalam rod bundle, operasi penggabungan antara persamaan Boltzmann dengan Bhatnagar-Groos-Crook dilakukan dan ditemukan bahwa aplikasi dari 19 kecepatan memberikan hasil yang salah secara kualitatif [Mayer dan Hazi, 2006]. Bagaimanapun, 27 hubungan dapat menghasilkan profil kecepatan axial dan juga memperkirakan pola aliran kedua hasil dari pengukuran.

Dalam Magnetohidrodinamika (MHD), bentuk penggabungan yang diajukan dalam rencana persamaan kinetik Boltzmann dimodelkan dengan BGK [Breyiannis dan Valougeorgis, 2006]. Fungsi distribusi tidak yang didimensikan dan diperluas adalah tipe Maxwellian pada mach number yang rendah. Hasilnya mengindikasikan evolusi kompleks melalui hubungan non linear antara arus dan vektorpual. Juga disarankan bahwa model kinetik dapat menyediakan penjelasan yang memuaskan dalam aliran magnetohidrodinamika tiga dimensi. Semua referensi yang telah disebutkan memerlukan spesifikasi bentuk penggabungan untuk menyelesaikan persamaan transport Boltzmann, bahkan secara numerik. Biasanya, bentuk penggabungan dibedakan berdasarkan pengaruh kecepatan dan membutuhkan kecepatan yang lebih besar pada suhu yang lebih tinggi dan kecepatan. Dalam penelitian ini, persamaan Boltzmann dibypass dengan menggunakan metode sebaliknya. Perubahan suhu pertama kali dispesifikasi untuk menentukan fungsi distribusi. Berdasarkan metode ini, fungsi distribusi hasil adalah maxwellian murni dalam semua kasus. Argumen dari metode tersebut dijelaskan dengan dua cara yaitu secara analitis dan pertimbangan probabilistik murni dalam mekanika statistik. Persamaan Boltzmann diselesaikan dengan cara memodelkan bentuk penggabungan dengan beberapa asumsi dan ditemukan hasil bahwa hasilnya hampir sama. Di sisi lain, metode probabilistik memberikan pemahaman fisik yang tidak mutlak jadi metode tersebut menawarkan beberapa ketentuan mengenai fungsi distribusi hasil. Oleh karena itu, kedua metode dapat dihubungkan satu sama lain.

METODOLOGI

PERTIMBANGAN KONSEPTUAL

Diperlukan sebuah review pokok dasar sebelum melakukan perhitungan fungsi distribusi secara explicit. Pertama, persamaan Boltzmann yang digunaka

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v.\nabla_r f + \dot{p}.\nabla_p f = \int 2\pi\sigma\left[f_1^{'} f_2^{'} - f_1 f_2\right] dp_2 d\Omega \quad \text{...1}$$

Dimana f adalah fungsi distribusi, v adalah kecepatan, p adalah gaya eksternal, σ area cross sectional penggabungan dan Ω adalah sudut ruang. Dalam urutannya untuk mendapatkan solusi dari persamaan 1, diasumsikan bahwa f_1=f. Kemudian, pernyataan (1) dapat disusun sebagai berikut,

$$(v-c)\frac{\partial f}{\partial \xi} + \dot{p}\frac{\partial f}{\partial p} = -Af + B$$

Dengan definisi dari

$A = \int 2\pi\sigma f_2 dp_2 d\Omega$, $B = \int 2\pi\sigma f_1^{'} f_2^{'} dp_2 d\Omega$ dan $\xi = x + y + z - ct$. Oleh karena itu, dengan mela-kukan separasi variable, solusi dari persamaan Boltzmann menjadi,

$$f(\xi, p) = C\exp\left\{\left(\frac{D}{v-c}\right)\xi + (D-A)p\right\} - \frac{B}{A} \quad \text{.....2}$$

Dengan D merupakan konstanta variabel separasi, dapat dengan mudah dibuktikan bahwa persamaan (2) akan menjadi distribusi Maxwell-Boltzmann jika gaya luar ditiadakan dalam kondisi keseimbangan, juga, teorema H mengondisikan bahwa fungsi distribusi hasil setelah proses penggabungan selalu menurun terhadap waktu [Reichi, 1998]. Ini mengartikan bahwa arah arah dari teorema selalu negatif (berkurang), jadi dengan penggunaan teorema Boltzmann H dapat dipertanggungjawabkan untuk menjelaskan istilah penggabungan dalam bentuk,

$$\left(\frac{\delta f}{\delta t}\right)_{coll} = K(r, p)e^{-at} \qquad \text{…………..3}$$

Dimana K(r,p) adalah koefisien yang nilainya tergantung pada posisi dan momentum dan a adalah konstanta dari waktu. Kemudian menstubtitusikan persamaan (3) ke persamaan (1), bentuk tersebut merupakan kelas dari bagian persamaan diferensial-parsial non homogen. Dengan demikian solusi dapat dengan mudah didapatkan.

$$f(r, p, t) = C\exp\left\{\left(\frac{D}{v-c}\right)\xi + Dp\right\} + nK(r, p)\exp(-at) \qquad \text{…………. 4}$$

Dimana C dn n adalah kontanta integrasi. Lagipula, sederhana untuk memeriksa persamaan (2) dan (4) yang serupa untuk pengembangan generalisasi linier dari distribusi Maxwell-Boltzmann,

$$f(r, p, t) = f^0(p)[1 + g(r, p, t)] = f^0(p)\exp(g) \qquad \text{.................5}$$

Pertimbangan yang lain datang dari termodinamika. Metode probabilitas murni diaplikasikan untuk menyelidiki fungsi distribusi dari gas [Doolittle dan Hale, 1984]. Pada metode tersebut, kandungan gas N molekul didefinisikan. Tiap molekul menduduki tingkat energi ε_i jadi probabilitas untuk menemukan mokelkul ke-i dalam kondisi energi tersebut adalah

$$P(\varepsilon_i) = \frac{N!}{\Pi n_i!}$$

Persamaan probailitas bisa dikembangkan ke dalam bentuk volume menjadi,

$$V(n_i) = \frac{N!}{\Pi n_i}\Pi g_i^{n_i} \qquad \text{……………. 6}$$

Dengan menggunkan logaritma dan formula stirling. Pernyataan di atas menjadi,

$$\log V(n_i) = N\log N - \sum n_i \log n_i$$
$$+\sum n_i \log g_i + const$$

Dalam kaitannya untuk membuat n_i independent terhadap yang lain, implementasi dari pengali lagrange α and β menghasilkan,

$$\log n_i = \log g_i - \beta\varepsilon_i - \alpha - 1$$
$$n_i = g_i \exp(-\beta\varepsilon_i - \alpha - 1) \qquad \text{…………..7}$$

Dengan definisi,

$$n = \int f(r, p, t)d^3 r d^3 p$$

Jadi bentuk dari fungsi distribusi mendekati,

$$f = Ce^{-\beta\varepsilon_i} \qquad \text{..................................8}$$

Oleh karena itu, kesimpulan secara langsung dari persamaan (3), (4), (5) dan (8) menyatakan bahwa distribusi Maxwel-Boltzmann dapat secara umum digunakan pada hampir semua kondisi dari gas.

Perlu diperhatikan bahwa metode dari probabilitas tidak dipengaruhi oleh penurunan sebelumnya dai persamaan transport Boltzmann. Persamaan transport Boltzmann membutuhkan teorema H untuk mendefinisikan tingkah laku penggabungan. Lagi pula, persamaan tersebut membutuhkan asumsi untuk mendapatkan solusi non equilibrium yang sesuai dengan distribusi Maxwell-Boltzmann. Metode probabilitas, di sisi lain tidak membahas apaun mengenai proses penggabungan. Tetapi itu tidak berarti proses penggabungan tidak termasuk. Pada kontra tersebut, secara universal metode tersebut memberikan pengecualian bahwa kondisi non equilibrium termasuk di dalamnya. Oleh karena itu, kedua metode memberikan hasil yang sama meskipun yang metode yang kedua secara fisik lebih kaku.

Untuk menggambarkan kontribusi dari proses non equilibrium di dalam distribusi equilibrium, suhu sebagai parameter saing. Sebuah pengukuran eksperimental menunjukan bahwa semua properti termodinamika tergantung pada suhu. Ketergantungan secara khas pada masing-masing parameter. Ketergantungan tersebut ditunjukan dengan persamaan di bawah ini,

$$\langle M \rangle = \frac{\int M fd^3 rd^3 p}{\int fd^3 rd^3 p} \quad \text{.....................9}$$

Dimana (M) adalah kuantitas termodinamika rata-rata di atas kondisi yang paling mungkin.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Contoh sederhana untuk perhitungan dari fungsi distribusi dari proses termodinamika sangat banyak dapat ditemui. Dalam paper ini akan dibahas mengenai tangki berisi gas, diasumsikan bahwa gas mempunyai temperatur yang seragam yaitu T_i. Jumlah dari panas yang ditambahkan ke tangki per unit waktu adalah Q, kerja yang dilakukan tangki per satuan waktu adalah W. Diasumsikan bahwa disana tidak terdapat kalor yang dilepaskan dan terjadi aliran keluar masuk gas.

$$\frac{dE}{dt} = \dot{Q} - \dot{W} \quad \text{................ 10}$$

Dimana E adalah kalor yang dihasilkan. Perlu diperhatikan bahwa di sana terdapat perbedaan mode dari kalor yang ditambahkan ke dalam sistem i.e. kontak langsung, radiasi, pembakaran dan lain-lain. Proses diatas berlaku untuk kebalikannya.

$$\frac{dE}{dt} = \pm E$$

Nilai plus dan minus menyatakan sistem mengalami proses pemanasan dan pendinginan. Pernyataan di atas dapat diperluas menjadi fungsi temperature,

$$mC_p \frac{dT}{dt} = \pm L(T - T_\infty) \quad \text{……………..11}$$

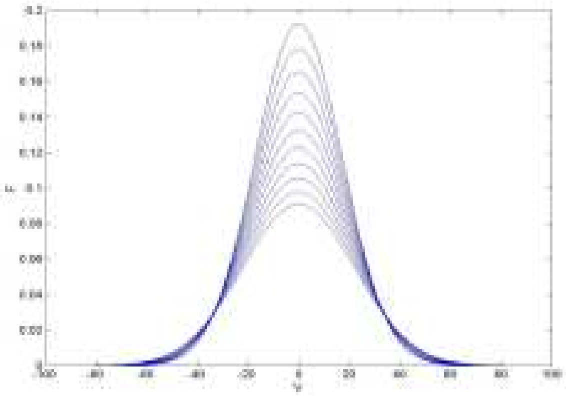
Solusi dari persamaan (11) adalah,

$$T(t) = T_\infty + (T_i - T_\infty)\exp\left(\pm \frac{L}{mC_p} t\right) \quad \text{.....12}$$

Oleh karena itu, perubahan dari fungsi distribusi di dalam tangki dapat ditentukan dengan cara mensubtitusikan persamaan(12) ke dalam distribusi Maxwell-Boltzmann,

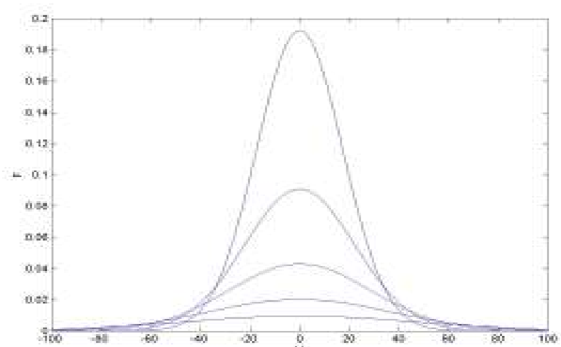
$$f(v) = \left(\frac{m}{2\pi KT}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mv^2}{2KT}\right) \quad \text{.........13}$$

Kontribusi dari persamaan (12) terhadap distribusi Mazwell-Boltzmann digambarkan seperti gambar di bawah ini,



Gambar 1. Distribusi Maxwell-Boltzmann dengan perbedaan temperatur

Perhitungan menunjukkan bahwa semakin tinggi temperatur maka fungsi distribusi semakin landai. Itu berarti bahwa energy dapat didistribusikan secara efektif menjadi molekul dan hal itu dapat diduga bahwa distribusi kecepatan akan hampir seragam dalam suhu yang extra tinggi. Fokus pada fungsi distribusi non-equilibrium, alur proses transien sebagian tergantung pada proses. Untuk perubahan temperatur yang cepat, contohnya pada pembakaran, perubahan fungsi distribusi juga dapat secara cepat berubah terhadap waktu sebagai gambarannya dapat dilihat pada grafik di bawah ini,



Gambar 2. Distribusi Maxwell-Boltzmann dalam perubahan suhu yang cepat

Untuk fungsi distribusi tidak tergantung pada waktu, penyamplingan data yang cepat dibutuhkan ketika temperatur berubah dengan cepat. Walaupun demikian persamaan Boltzmann merupakan persamaan yang non linier jika diterapkan pada, katakan pembakaran seperti pada kasus dalam pembahasan ini. Pada jantung teori kinetik dan gas terionisasi, persamaan Boltzmann menggambarkan bagaimana satu distribusi partikel berubah terhadap waktu pada orde waktu rata-rata antara tumbukan-tumbukan serta dalam orde waktu dinmika gas. Disamping beberapa kesulitan dalam teori klasik ini, kita masih tidak punya alternatip lain sebagai dasar fisika kinetik. Titik lemah dalam teori kinetik Boltzmann adalah pada perlakuan sifat-sifat dinamika dari partikel-partikel yang berinteraksi.

Pada sisi lain, integral tumbukan dalam persamaan Boltzmann membawa permasalahan lain mengenai cross sections tumbukan antar partikel. Pendekatan solid dalam penurunan persamaan kinetik ini didasarkan pada hirarki Bogolyubov - Born-Green – Kirkwood -Yvon (BBGKY). Nilai distribusi ditentukan dengan metode multi-scale yang pada gilirannya menjadi persamaan Boltzmann jika perubahan fungsi distribusi terhadap waktu pada waktu tumbukan diabaikan. Atau secara equivalen dikatakan pada orde jarak radius interaksi partikel. Sagat penting untuk dicatat bahwa perhitungan untuk skala di atas mempunyai konsekuensi bahwa sebelum menerapkan perkiraan-perkiraan yang akan memecahkan rantai [Alexeev, 1994, 1995] Bogolyubov, term-term tambahan yang umumnya mempunyai besar orde sama muncul dalam persamaan Boltmann. Jika metode dari fungsi korelasi digunakan untuk menurunkan fungsi distribusi dari persamaan BBGKY, bagian dari persamaan Boltzmann mengabaikan efek nonlokal dan perlambatan waktu. Berikan kesulitan-kesulitan di atas, beberapa pertanyaan berikut ini akan mengemuka.

Pertama-tama, volume infinit fisis apa dan bagaimana dia sampai dapat mempengaruhi persamaan kinetik, dan kedua, bagaimana perhitungan sistmatik untuk diameter partikel yang representatip mempengaruhi persamaan Boltzmann. Pada teori yang dikembangkan disini, akan ditinjau bahwa fungsi distribusi sebagai fungsi umum. Sehingga penting untuk digaris bawahi bahwa esensi fisis dari keumuman yang akan menjadi tolok ukur analisis di atas, yang kemudian melihat pada kasus khusus seperti dalam Gambar 1 dan Gambar 2, sehingga sebagaimana persamaan Boltzmann adalah pusat dari teori proses transport, perhitungan fungsi distribusi akan dapat juga diaplikasikan dalam aspek-aspek makroskopik.

Secara berlawanan, perubahan dalam gambaran makroskopik akan mempengaruhi juga gambaran pada tingkatan kinetik. Hubungan ini tidak selalu mudah untuk dilacak ketika menyelesaikan masalah fenomena transport karena kerumitan masalah yang ada didalamnya. Penting untuk ditekankan bahwa permasalahan disini adalah bukan memodifikasi persamaan Boltzmann maupun persamaan transport makroskopik guna memasukkan term tambahan. Kita harus pergi lebih jauh dari gambaran fisis klasik jika akan merevisi teori untuk sesuai dengan data-data percbaan. Beberapa alternatip adalah sebagai berikut;

1. Teori yang memodifikasi gambaran makroskopik dan mengabaikan perubahan teori kinetik
2. Perubahan gambaran kineik pada level fungsi distribusi tanpa perlu kuatir bahwa hal ini akan tidak konsisten dengan hirarki BBGKY
3. Teori kinetik dan makroskopik altertatip yang konsisten dengan hirarki BBGKY.

Perubahan dengan cara membuat derivatip kedua dari temperatur terhadap waktu akan mengakibatkan peralihan persamaan energi (10) dan (11) dari keadaan parabolik ke hiperbolik, yang pada gilirannya akan menghasilkan perambatan panas dengan kecepatan terhingga. Meskipun begitu, metode ini sayangnya tidak dapat diteruskan dalam kasus tiga dimensi (3D) Namun asumsi bahwa semua partikel bergerak pada kecepatan yang sama akan memisahkan manifold dari ruang fase enam dimensi dalam persamaan Boltzmann. Hal ini mengndikasikan bahwa perluasan tersebut tidak boleh hanya tebatas pada koordinat ruang saja. Sebagai contoh persamaan-persamaan parabolik kuasi linier dapat menghasilkan solusi gelombang juga.

Oleh karena itu membuat persamaan energi menjadi hiperbola tidak akan valid kecuali ada justifikasi kinetik yang solid. Persamaan energi hiperbolik akan muncul jika persamaan Boltzmann diselesaikan dengan metode Grad. Mengikuti hal tersebut, skema komputasi yang stabil dengan presisi tinggi telah dikembangkan pada kasus persamaan hiperbola konduksi panas [Jarzebski dan Thulli, 1986], yang penerapannya termasuk dua temperatur nonlokal model konduksi panas dan studi persamaan telegraph sebagai paradigma hidrodinamika yang lebih umum.

Kesulitan umum mengemuka ketika isu tentang keberadaan dan keunikan dari persamaan umum hidrodinamika, persamaan Navier–Stokes diperhatikan. O.A. Ladyzhenskaya (1987) telah menunjukkan bahwa untuk kasus tiga dimensi yang dibawah kondisi awal yang mulus, solusi unik hanya mungkin pada interval waktu terbatas. Ladyzhenskaya bahkan memperkenalkan koneksi pada persamaan Navier–Stokes guna keunikan solusinya dapat diselesaikan. Hal tersebut menunjukkan bahwa, pada kasus ini, koefisien viskositas seharusnya bergantung pada gradien kecepatan yang pada gilirannya akan mengakibatkan koefisien-koefisien kinetik juga dikoreksi.

Namun tidaklah seburuk itu keadaanya jika kita mencoba menganalisis perkiraan hidrodinamika. Integral Boltzmann akan hilang, term tumbukan akan memberikan kontribusi hanya satu orde dalam persamaan Navier–Stokes. Secara matematis, kita tidak dapat mengabaikan terma dengan parameter kecil di depan terma turunan lebh tinggi. Secara fisis, yang muncul tersebut dikarenakan adanya viskositas dan dia berhubungan dengan turbulensi skala kecil Kolmogorov. Terma integral kemudian menjadi penting baik pada bilangan Knudsen kecil maupun besar pada teori proses transport. Isu penting dlam metodologinya adalah bagaimana hukum-hukum konservasi klasik masuk ke dalam persamaan Boltzmann. Hukum-hukum konservasi dalam mekanika kontinum diturunkan dalam tingkatan makroskopik.

Sehingga partikel-partikel Boltzmann berada dalam satu satuan volume secara menyeluruh. Dia akan muncul dalam mekanika kontinum sebuah ide bahwa analisis diskrit dalam ditinggalkan. Pendekatan ini tentunya sangat mungkin dan menghasilkan persamaan Euler dalam hidrodinamika. Tetapi ketika pengaruh viskositas dan konduktivitas termal dimasukkan, situasi berbeda akan didapat. Sebagaimana diketahui, bahwa viskositas dinamik proporsional terhadap waktu rata-rata antara tumbukan-tumbukan partikel yang mana tidak terdapat pada persamaan Euler. Kemunculan partikel dengan ukuran tertentu akan memicu pengaruh-pengaruh baru.

Tinjau sebuah partikel dengan radius terhingga dengan vektor posisi dan waktu tertentu. Kemudian fakta bahwa pusat massa adalah dalam volume tertentu bukan berarti bahwa semua partikel ada di sana. Dengan kata lain, pada setiap titik akan selalu ada partikel yang sebagian di dalam dan sebagian lagi di luar permukaan yang ditinjau, yang akan berhubungan dengan fluktuasi massa dan kuantitas hidrodinamika secara tidak terhindarkan. Ada satu poin penting dalam hal ini, yaitu fluktuasi yang terjadi akan proposional terhadap waktu rata-rata antara tumbukan, dan hal ini dapat dibuat meyakinkan dengan argumen yang cukup sederhana.

Anggaplah bahwa kita mempunyai gas dengan bentuk lingkaran pejal yang berada pada kotak yang juga berdinding pejal. Tinjau bahwa kontur referensi berada pada suatu jarak dalam orde diameter partikel dari dinding kotak. Harapan matematis dari jumlah partikel yang bergerak melalui permukaan referensi yang secara ketat tegak lurus dinding adalah nol. Oleh karena itu, pada perkiraan pertama, fluktuasi akan proporsional terhadap mean free path (atau terhadap waktu rata-rata antara tumbukan). Sebagai hasilnya, persamaan hidrodinamika akan secara eksplicit termasuk dalam fluktuasi yang secara proporsional terhadap waktu rata-rata antara tumbukan.

Penggunaan cross section tumbukan adalah konsisten dengan persamaan kinetik juga direkomendasikan oleh teori Enskog yang terkenal dalam gas-gas berkerapatan sedang. Konsep Enskog adalah untuk menggambarkan sifat-sifat dari jenis kerapatan sedang dengan memisahkan bagian nonlokal dari integral tumbukan Boltzmann. Koefisien-koefisien transport yang didapat dengan cara ini menghasilkan kesalahan dalam ketergantungan temperatur dalam sistem koefisien kinetik. Untuk mengatasi situasi ini, model dari bola lunak diperkenalkan untuk mencocoki data-data eksperimen.

Di dalam sebuah teori yang dikatakan kinetically consistent difference schemes fungsi distribusi diperluas dalam power series terhadap waktu, yang berhubungan dengan penggunaan perkiraan kedua tak lengkap dalam penurunan fisis persamaan Boltzmann. Hasilnya adalah skema difference yang didapatkan mengandung hanya viskositas buatan yang dipilih secara khusus untuk masalah-masalah tertentu.

Alexeev dkk (1997) menyarankan menggunakan terma dalam persamaan guna menggambarkan fungsi distribusi fluktuasi dalam plasma turbulen. Yang dikatakan parameter tersusun akan mengubah tipe persamaan. Guna menggambarkan nonlokalitas, mereka melengkapi persamaan kinetik dengan terma orde dua dan orde tinggi. Menarik untuk dicatat bahwa, dalam persamaan Boltzmann adalah mungkin untuk memasukkan term-term orde tinggi lainnya.

Jelasnya, pendekatan pada modifikasi dari fungsi distribusi harus didasarkan pada prinsip-prinsip tertentu dan dapat dipertanggungjawabkan untuk menjelaskan secara singkat di sini. Yang paling konsisten adalah ketika prinsip-prinsip tersebut menunjukkan hubungan antara alternatip-alternatip fungsi distribusi dengan hirarki BBGKY. Ada beberapa persyaratan yang mana perluasan fungsi distribusi harus memenuhinya. Persayaratan-persyaratan tersebut adalah;

1. Karena pemecahan semu dari hirarki BBGKY tidak dapat dihindari dalam perubahan gambaran satu partikel, perluasan fungsi distribusi seharusnya dapat didapatkan dengan metode-metode yang sudah diketahui dalam teori kinetik, seperti pendekatan multiscale, metode fungsi korelasi, metode iterasi dan sebagainya.
2. Harus ada hubungan explisit antara fungsi istribusi dan jalan kita memperkenalkan volume fisis infinit sehingga fluktuasi akan dikarenakan oleh ukuran tertentu dari partikel.
3. Pada kasus nonrelativistik, fungsi distribusi harus memenuhi transformasi Galileo.
4. Fungsi distribusi harus menjamin hubungan antara *H*-theorem klasik dan perluasannya.
5. Fungsi distribusi seharusnya tidak menambah kerumitan yang tidak beralasan di dalam teori.

Persamaan Boltzmann yang diperluas mengenalkan perkiraan diferensial lokal untuk integral tumbukan nonlokal dengan perlambatan waktu. Di sini, kita menghadapi problem yang seupa dengan kualitas harga dari ekonomi. Hal tersebut adalah, berapa harga dalam bentuk kerumitan meningkat yang sanggup kita bayar untuk memperbaiki kualitas teori. Jawaban dari analogi ini hanya mungkin melalui pengalaman dengan masalah-masalah praktis.

Klimontovich (1992) berusaha untuk menghilangkan inkonsistensi dari teori Boltzmann melalui pemasukan variabel-variabel dinamika tambahan (derivatip dari kecepatan) dalam fungsi distribusi satu partikel. Bagaimanapun, pendekatan ini terlihat agak terburu-buru sampai semua sumber-sumber yang ada dalam menggambarkan fungsi distribusi ditentukan. Dari sudut pandang ini, term-term fluktuasi dalam perluasan persamaan Boltzmann adalah dikarenakan oleh fakta bahwa volume referensi sebagai element yang diukur digunakan untuk menggambarkan titik dari partikel-partikel tak berstruktur. Untuk menyimpulkan hal ini hanya menyisakan catatan bahwa pengaruh-pengaruh yang telah disebut di atas akan selalu relevan pada teori kinetik, yaitu menggunakan gambaran satu partikel termasuk aplikasinya dalam benda cair maupun plasma yang mana gaya-gayanya konsisten terhadap radius cutoff dari aksinya untuk perluasan potensi persamaan Bolzmann yang dimodifikasi.

Fondasi konseptual dari persamaan Boltzmann terlihat hanya sedikit diinvestigasi dengan baik untuk keperluan matematis, mengingat persamaan Boltzmann adalah prototipe dari konstruksi matematis yang sentral teori fenomena bergantung waktu dalam sistem yang besar. Secara sangat skematis, ide untuk mengisolasi beberapa koordinat dari semua manifold tingkat keadaan partikel yang, setidaknya untuk keperluan idealisasi, dapat diakses untuk pengukuran makroskopik. Koordinat-koordinat ini terhubung dengan persamaan-persamaan gerak yang eksak terhadap koordinat-koordinat yang lebih sulit dijangkau. Sehingga nilai-nilai dari koordinat makroskopik pada satu waktu tidak menentukan nilai-nilainya pada waktu kemudian. Dengan kata lain, koordinat makroskopik tidak menentukan evolusi waktu autonomon. Meskipun begitu, sebagaimana jumlah partikel naik sampai mendekati tak hingga, gambaran makroskopik menjadi lebih dan lebih signifikan. Orang dapat mengharapkan bahwa pengaruh dari koordinat mikroskopik ke koordinat makroskopik menjadi fungsi dari koordinat makroskopik sendiri, setidaknya hal ini benar secara statistik. Hal tersebut akan mempunyai konsekuensi bahwa pada batas makroskopik, koordinat tersebut akan menentukan evolusinya sendiri.

Konsep yang akan kita formulasikan akan mengatakan bahwa sesuatu yang seperti demikian akan terjadi, namun hanya akan berlaku pada situsi khusus yang terbatas pada gas dilute. Hal ini merupakan sebuah fakta bahwa kerapatannya sangat kecil dimana analisis tersbut dapat diterapkan. Pencarian perluasan yang akan diaplikasikan dalam gas dengan kerapatan sedang dan besar mungkin merupakan masalah sentral dari *non-equilibrium statistical mechanics.*

Paragrap di atas menunjukkan arah bahwa ada semacam elemen probabilitas yang terlibat dalam daerah antara gambaran mikroskopik dan makroskopik. Hal ini nyata-nyata memang seperti itu namun penggunaan ide probabilitas ternyata lebih halus dari yang diperkirakan. Khususnya, pada sudut pandang yang telah dikembangkan adalah bahwa persamaan Boltzmann berlaku tidak atas rata-rata tapi dia memberikan gambaran akurat perkembangan waktu untuk hampir semua titik-titik awal. Pemilihan himpunan asumsi probabilitas minimal membolehkan pernyataan di atas dibuat tepat yang mana merupakan satu dari aspek-aspek yang memuaskan dari teori.

Saat ini, terdapat pandangan bahwa metode terbaik untuk mendapatkan solusi global yang mulus untuk persamaan differential parsial nonlinear termasuk persamaan Boltzmann memerlukan :

1. Solusi eksak dan eksplisit (paling tidak transformasi untuk menjadikannya lebih sederhana)

2. Perturbative hypotheses (diantaranya, data yang dekat dengan solusi-solusi khusus)

3. Satu atau lebih kuantitas global terkontrol yang baru (seperti saat ini total kinetic energy and dissipation)

4. Menemukan metode baru (radikal) walaupun nomor (1), (2) dan (3) tidak mengambil peran di dalamnya

Masalah global regularity untuk persamaan Boltzmann terbilang sangat kurang dalam ketiga syarat pertama di atas, terutama pada kasus fluida [Nugroho dkk, 2011] Namun, untuk pertama-tama mari kita tinjau strategi nomor (2). Strategi tersebut tidaklah mungkin dicapai tanpa mendefinisikan ulang masalahnya atau menambahkan asumsi-asumsi baru. Juga, dalam situasi perturbative, persamaan Bolztmann didefinisikan hampir linier, sementara dalam situasi non-perturbative, perilakunya sangat nonlinear, sehingga jika kondisi perturbative tidak bekerja, maka tidak ada kemungkinan untuk mereduksi masalahnya dari kasus non-perturbative ke dalam kasus perturbative kecuali dengan teknik-teknik transformasi yang sangat canggih. Hal tersebut akan tampak tidak ada beda dengan menyelesaikan persamaan Boltzmann sendiri, yaitu nomor (1). Dengan demikian, marilah kita anggap bahwa masalahnya tereduksi menjadi tiga strategi (1), (3) dan (4) untuk menyelesaikannya.

Banyak yang sudah dilakukan khususnya untuk nomor (4), tapi hasil yang teramati menunjukkan adanya hambatan yang besar yang (kelihatannya) menolak metode-metode yang sudah ada. Dalam tinjauan dinamika sistem misalnya, interaksi antar molekul merupakan sistem dengan derajat kebebasan hampir tak berhingga, sehingga metode Lyapunov benar-benar tidak bekerja. Nomor (1) kemungkinan tidak ada harapan tanpa asumsi-asumsi tambahan. Nomor (3) mungkin menunjukkan harapan, tapi kita tidak cukup bijak untuk menemukan kuantitas global terkontrol yang baru. Kasus banyaknya varian dari model model-model tumbukan adalah yang paling jelas. Kita akan kembali kepada nomor (3) kemudian, sekarang mari kita tinjau nomor (4). Hal mendasar dalam memodelkan persamaan Boltzmann adalah bahwa persamaan tersebut memenuhi scale invariance. Teknisnya, aplikasikan scaling parameter lamda positip lebih besar dari nol, anggap setiap distribusi yang mulus f memenuhi persamaan Boltzmann untuk waktu tertentu t, Orang dapat membentuk vektor kecepatan yang baru F dengan formula,

$$f\left(x,t\right)=F\left(\lambda,x,t\right) \quad .... 13$$

Dalam hal ini parameter skala λ dapat besar atau kecil, sehingga orang dapat membayangkan bahwa transformasi dari f ke F sebagai proses pembesaran dan pengecilan. Sekarang ambil perilaku skala kecil dari f dan padankan dengan perilaku identik skala lebih besar yang sudah di skala ulang . Kuncinya adalah proses ini mengakibatkan bahwa kita dapat memperlakukannya dengan metode penyelesaian yang sama. Kita amati bahwa proses scaling menyatakan bahwa perilaku skala kecil akan mempunyai skala waktu berbeda dengan perilaku skala besar. Sehingga jika pada skala kecil terjadi suatu proses maka, pada skala lain akan terjadi hal yang sama pada tempat dan waktu berbeda. Blow up dapat muncul ketika solusi menggeser energinya ke dalam skala-skala yang lebih kecil dan menuju singularitas jika prosesnya sangat dekat dengan nol. Untuk mencegah blow up, kita harus menahan pergerakan energinya dari skala besar (frekuensi rendah) ke skala kecil (frekuensi tinggi). Kesimpulan untuk nomor (4) adalah bahwa setiap klaim dalam global regularity untuk persamaan Boltzmann via (4) tampaknya harus menggunakan metode baru yang radikal untuk menyediakan kontrol yang canggih terhadap solusi untuk satuan skala dan waktu sembarang, dan ini tampak tidak mungkin tanpa terobosan dalam nomor (1) atau (3). Dengan kata lain, scale invariance masih dapat digunakan, namun sesudahnya kita harus ada kontrol eksak (1) atau dapat meredam energi (3). Penjelasan di atas adalah kritik umum (jika bukan skeptik) dari strategi nomor (4). Jika kita tinggalkan nomor (4), tinggal nomor (3), yaitu penemuan bound baru yang lebih kuat dari yang sudah ada, karena bekerja dengan yang lama akan menggiring kita dalam situasi kritis, sebagaimana scaling invariance di atas. Sehingga strategi nomor (3) dan (4) kemungkinan besar akan saling berkaitan [Nugroho dkk, 2010]. Oleh karena itu, menjadi jelas bahwa adalah bahwa strategi nomor (1) adalah yang paling penting, sebagai shortest strategy [Nugroho dkk, 2010]. Nomor (3), jika tanpa bantuan solusi eksak, memerlukan intuisi yang sangat bagus dalam fisika dan keberuntungan dalam eksperimen. Untuk nomor (4), jika tanpa (1) dan (3), ini di luar metode-metode yang sekarang ada.

KESIMPULAN

Penelitian mengenai fungsi distribusi gas telah dilakukan dengan mempertimbangkan pemecahan dari persamaan Boltzmann dan metode probabilitas dalam termodinamika statis. Persamaan boltzmann diselesaikan dengan cara memodelkan dengan istilah penggabungan dengan beberapa asumsi dan didapatkan bahwa hasilnya serupa. Di sisi lain, metode probabilitas memberikan pemahaman fisik yang tidak kaku, tetapi hal tersebut dibuktikan bahwa distribusi Maxwell-Boltzmann merupakan fungsi distribusi yang paling mungkin. Perhitungan menunjukkan bahwa fungsi distribusi keseluruhan berupa Maxwellian pada semua kasus. Pengaruh suhu hanya berdampak pada nilai puncak dan bentuk kurva. Didapatkan bahwa suhu yang lebih tinggi menghasilakn kurva yang lebih langsing dan pada proses yang mengalami perubahan temperatur secara cepat dibutuhkan penyam-plingan data secara cepat pula. Untuk progress ke depannya perlu dilakukan upaya perbandingan dengan data eksperimennya. Perbandingan tersebut mungkin dapat dilakukan dengan permasalahan yang lebih spesifik yang berguna bagi aplikasi keteknikan.

DAFTAR PUSTAKA

Alexeev, B.V., 1994, The Generalized Boltzmann Equation, Generalized Hydrodynamic Equations and their Applications. *Philos. Trans. Roy. Soc. London* **349**, 417–443.

Alekseev, B.V., 1995, An Investigation of the Charged Particle Distribution Function in Electromagnetic Field Involving the Use of The Generalized Boltzmann Equation. *High Temp.* **33** (6), 834–845.

Alekseev, B.V., Lebedev, Yu.A. & Michailov, V.V., 1997, Investigation of the Generalized Boltzmann Equation For Electron Energy Distribution in a Constant Electric Field with Due Regard for Inelastic Collisions. *HighTemp.* **35** (2), 207–213.

Banda, M.A. et al., 2006, Kinetic-Based Numerical Schemes for Incompressible Navier-Stokes Equations, *Computers & Fluids 35*, pp 879-887.

Breyiannis, G. & Valougeorgis, D., 2006, Lattice Kinetic Simulations of 3-D MHD Turbulence, Computers & Fluids 35, pp 920-924.

Doolittle, J.S. & Hale, F.J., 1984, *Thermodynamics for Engineers SI Version*, John Wiley & Sons, Inc., Canada.

Gobbert, M.K. & Cale, T.S., 2006, A Kinetic Transport and Reaction Model and Simulator for Rarefied Gas Flow in the Transition Regime, *Journal of Computational Physics 213*, pp 591-612.

Hongjun, Y., 2006, Global Classical Solutions of the Boltzmann Equation Near Maxwellians, *Acta Mathematica Scientia 26B (3)*, pp 491-501.

Jarzebski, A.B. & Thulli, J.W., 1986, A Stable Highly Accurate ADI Method for Hyperbolic Heat Conduction Equation. *J. Comput. Phys.* **63**, 236–239.

Klimontovich, Yu.L. (1992). About Necessity and Possibility of Unified Description of Hydrodynamic Processes. *Theoret. and Math. Phys.* **92** (2), 312.

Ladyzhenskaya O.A., 197, *Mathematical Theory of Viscous Incompressible Flow, Revised Second Edition.* Gordon and Breach, Science Publishers Inc., New York, USA.

Mayer, G. & Hazi, G., 2006, Direct Numerical and Large Eddy Simulation of Longitudinal Flow Along Triangular Array of Rods Using the Lattice Boltzmann Method, *Mathematics and Computers in Simulation 72*, pp 173-178.

Morinishi, K., 2006, Numerical Simulation for Gas Microflows Using Boltzmann Equation, *Computers & Fluids 35*, pp 978-985.

Nugroho, G. & Abdul Karim, Z.A., 2006, Modification of Large Eddy Simulation and Reaction Rate for Gas Turbine Combustor Design, *National Conference of Energy Security,* Surabaya, Indonesia, 20-21 December.

Nugroho G., Ali A.M.S., & Abdul Karim Z.A., 2010, A Class of Exact Solutions to the Three-Dimensional Incompressible Navier-Stokes Equations, *Applied Mathematics Letters 23*, pp. 1388 – 1396.

Nugroho G., Ali A.M.S., & Abdul Karim Z.A., 2010, Properties of $V = \nabla \times \Phi$ and $V = \nabla\Phi + \nabla \times \Phi$ Classes of Solution to the Three-Dimensional Incompressible Navier-Stokes Equations, *International Journal of Applied Mathematics and Mechanics 6 (11)*, pp. 98 – 117.

Nugroho G., Ali A.M.S., & Abdul Karim Z.A., 2011, *The Navier-Stokes Equations: On Special Classes and Properties of 3D Incompressible Flows*, Lambert Academic Publishing, Germany.

Pain, C.C. et al., 2006, Space-Time Streamline Upwind Petrov-Galerkin Methods for the Boltzmann Transport Equation, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 195*, pp 4334-4357.

Reichi, L.E., 1998, *A Modern Course in Statistical Physics 2nd Edition*, John Wiley & Sons, Inc., Canada.

Succi, S., 2001, *The Lattice Boltzmann Equation for Fluid Dynamics and Beyond*, Clarendon Press, Oxford.

Zheng, H.W. et al., 2006, A Lattice Boltzmann Model for Multiphase Flows with Large Density Ratio, *Journal of Computational Physics 218*, pp 353-371.